

### 5.3 تحليل العتبات باستخدام طريقة اجهادات التشغيل :-

يقصد بالتحليل إيجاد الاجهادات لحديد التسليح والخرسانة عند كون العزم المساط وإبعاد المقطع ومساحة الحديد معلومة . أو إيجاد العزم الأقصى الذي يتحمله المقطع إذا كانت الاجهادات المسموح بها وإبعاد المقطع ومساحة الحديد معلومة .

إن الاجهادات المسموح بها حسب الكود هي نسبة من مقاومة المواد حيث تؤخذ معاملات الأمان هنا على الاجهادات وهي كما يلي :-

$$f_c = 0.45 f'_c \quad \text{للخرسانة}$$

$$f_s = 140 \text{ Mpa} \quad \text{عندما } f_y = 300 \text{ Mpa} \text{ أو } f_y = 350 \text{ Mpa} \text{ فإن}$$

$$f_s = 170 \text{ Mpa} \quad \text{عندما } f_y = 400 \text{ Mpa} \text{ فإن}$$

$$E_s = 200000 \text{ Mpa} \quad \text{أما بالنسبة لمعامل المرونة المعتمد فهو :- للحديد}$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ Mpa} \quad \text{للخرسانة}$$

حيث  $f'_c$  = مقاومة الاسطوانة للخرسانة بعمر (28) يوماً .

تعتمد الطريقة على الفرضيات التالية :-

1- المقطع المستوي قبل الانحناء يبقى مستوياً بعد الانحناء وهذا يعني أن الانفعالات تتناسب

خطياً مع البعد عن محور الحيود (N.A)

2- الإجهاد يتناسب خطياً مع الانفعال .

3- تهمل مقاومة الخرسانة للشد ويفترض أن قوى الشد يتحملها الحديد فقط .

4- وجود تماسك تام بين الخرسانة والحديد بحيث لا يحصل انزلاق بينهما .

هناك طريقتان لتحليل العتبات الخرسانية المسلحة هما :-

### الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج Internal couple method

في هذه الطريقة يتم أولاً إيجاد موقع محور الحيود (N.A) وذلك باستخدام معادلة توازن القوى (لاحظ الشكل 3.3) :-

$$C = T$$

$$0.5 f_c b k d = A_s f_s \quad \dots\dots\dots(7.3)$$

$$\frac{\epsilon_c}{k d} = \frac{\epsilon_s}{d - k d} \quad \text{ومن تناسب الانفعالات فإن :-}$$

$$\frac{f_c}{E_c k d} = \frac{f_s}{E_s (d - k d)} \quad \therefore \frac{f_s}{d - k d} = n \frac{f_c}{k d}$$

حيث  $d$  = العمق الفعال = بعد مركز الحديد عن ألياف الانضغاط ،  $k d$  = عمق محور الحيود .  
ومن المعادلة أعلاه فإن :-

$$f_s = \frac{1-k}{k} n f_c \quad \dots\dots\dots(8.3)$$

من المعادلة (8.3) نجد  $f_s$  بدلالة  $f_c$  ثم نعوض في المعادلة (7.3) فننتكون لدينا معادلة من الدرجة الثانية بدلالة  $k$  نحلها بالدستور لإيجاد  $(k)$  .  
كما يمكن اشتقاق معادلة لإيجاد  $(k)$  وكما يلي :-

$$C = T$$

$$0.5 f_c b k d = A_s f_s = \rho b d f_s \quad \therefore 0.5 f_c k = \rho f_s$$

حيث  $\rho$  = نسبة الحديد إلى المقطع الفعال (bd)

$$f_s = \frac{n(1-k)}{k} f_c \quad \text{من المعادلة (8.3) فإن}$$

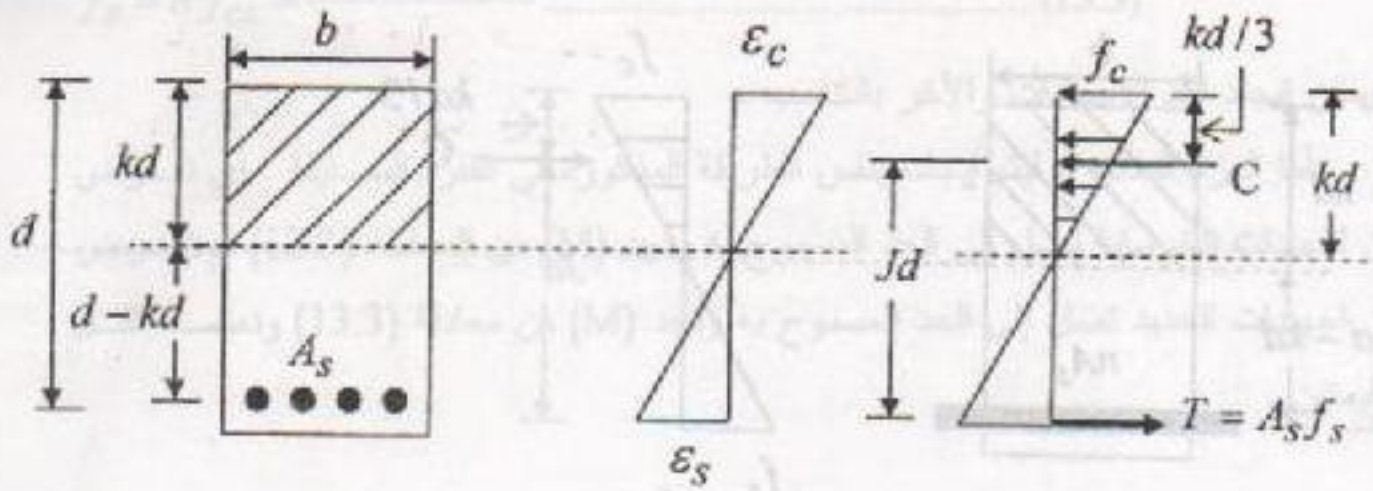
$$0.5 f_c k = \rho \frac{n(1-k)}{k} f_c \quad \text{وبالتعويض في المعادلة أعلاه فإن :-}$$

$$\therefore k^2 = 2 \rho n (1-k)$$

$$k = \sqrt{2 \rho n + (\rho n)^2} - \rho n \quad \dots\dots\dots(9.3) \quad \text{وبالدستور فإن :-}$$

أن بعد محصلة الانضغاط عن الضلع الأعلى هو  $(k d / 3)$  بسبب التوزيع المثلثي للاجهادات عليه فإن البعد بين قوتي الشد والانضغاط هو

$$J d = d - k d / 3$$



شكل (3.3)

توزيع الاجهادات والانفعالات تحت احمال التشغيل

وبأخذ العزوم حول قوة الشد فان العزم الخارجي ( عزم الأحمال ) يساوي عزم المزدوج

$$M = C(Jd) = 0.5 f_c b kd Jd \quad \text{الداخلي والذي يساوي :-}$$

$$\therefore M = 0.5 f_c k J b d^2 \quad \dots\dots\dots(10.3)$$

وبأخذ العزوم حول محصلة قوة الضغط فان :-

$$M = T(Jd) = A_s f_s Jd \quad \dots\dots\dots(11.3)$$

من المعادلتين أعلاه يمكن إيجاد العزم المسموح به للمقطع وذلك بفرض إجهاد الخرسانة يساوي الإجهاد المسموح به وإيجاد العزم من المعادلة الأولى ثم فرض الإجهاد للحديد يساوي الإجهاد المسموح به وإيجاد العزم من المعادلة الثانية ونعتمد اقل العزمين فهو يمثل العزم المسموح به .

عندما يكون العزم معلوماً والمطلوب إيجاد الاجهادات فان :-

$$f_c = \frac{2M}{kJbd^2} \quad \text{اجهادات الانضغاط من معادلة (10.3)}$$

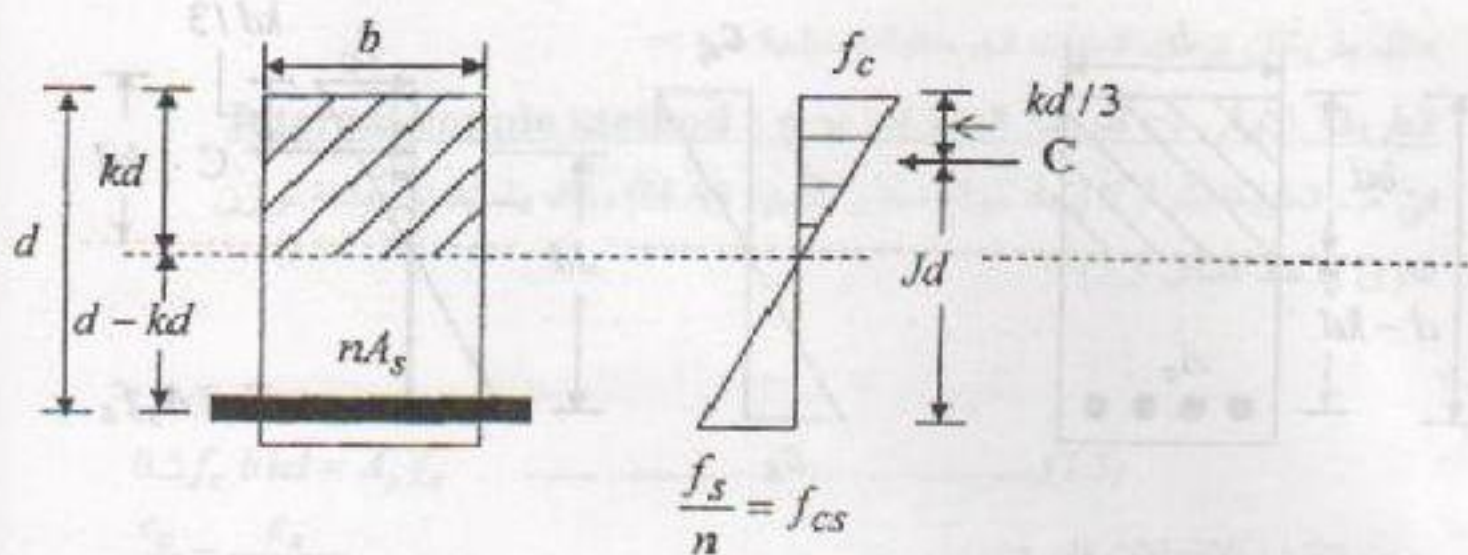
$$f_s = \frac{M}{A_s Jd} \quad \text{اجهادات الشد للحديد ( معادلة 11.3)}$$

ويمكن إيجاد احد الاجهادات والآخر من التناسب .

### الطريقة الثانية - طريقة المقطع المحول Transformed Section Method

في هذه الطريقة يتم إيجاد موقع محور الحيود (N.A) بعد تحويل مساحة الحديد إلى

ما يكافئه من مساحة الخرسانة لاحظ الشكل (4.3) .



شكل (4.3)

مبدأ المقطع المحول

من معادلة (2.3) فإن  $A_t = nA_s$   $n = E_s / E_c$

ثم يتم إيجاد (kd) أي بعد محور الحيود عن الألياف العليا للانضغاط يأخذ عزوم المساحات حول (N.A). عندئذ تتكون لدينا معادلة من الدرجة الثانية بحلها نحصل على k. كما يمكن اشتقاق معادلة لحساب (k) بالاعتماد على المبدأ أعلاه وكما يلي :-

$$b \frac{(kd)^2}{2} = n A_s (d - kd)$$

$$b \frac{(kd)^2}{2} - \rho n b d (d - kd) = 0$$

$$\frac{k^2}{2} - \rho n (1 - k) = 0$$

$$\therefore k^2 - 2\rho n - 2\rho n k = 0$$

$$k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n$$

بالدستور فإن :-

وهي نفس المعادلة (9.3) التي توصلنا إليها باستخدام مبدأ العزم المزدوج ثم نجد عزم

$$I = \frac{b(kd)^3}{3} + n A_s (d - kd)^2$$

القصور الذاتي وكما يلي :-

ثم نستخدم المعادلات التالية لإيجاد الاجهادات :-

$$f_c = \frac{M kd}{I} \dots \dots \dots (12.3)$$

$$f_s = n f_{cs} = \frac{nM(d - kd)}{I} \dots \dots \dots (13.3)$$

ويمكن إيجاد احد الاجهادات والآخر بالتناسب .

أما العزم المسموح فيتم إيجاده بنفس الطريقة المذكورة في الفقرة السابقة . أي نفرض أن اجهادات الخرسانة تصل إلى الحد المسموح به ونجد (M) من المعادلة (12.3) ثم نفرض أن اجهادات الحديد تصل إلى الحد المسموح به ونجد (M) من معادلة (13.3) ونعتمد أقل القيمتين .

**مثال 2.3:-** الشكل (5.3) يوضح مقطع عتبة خرسانية مسلحة عرضه  $b = 300 \text{ mm}$  ، والعمق الفعال  $d = 500 \text{ mm}$  ، مساحة الحديد  $A_s = 1500 \text{ mm}^2$  ، معامل المعيارية  $n = 8$  ، احسب اجهادات الخرسانة والحديد إذا كان عزم الانحناء المسلط يساوي  $70 \text{ KN.m}$

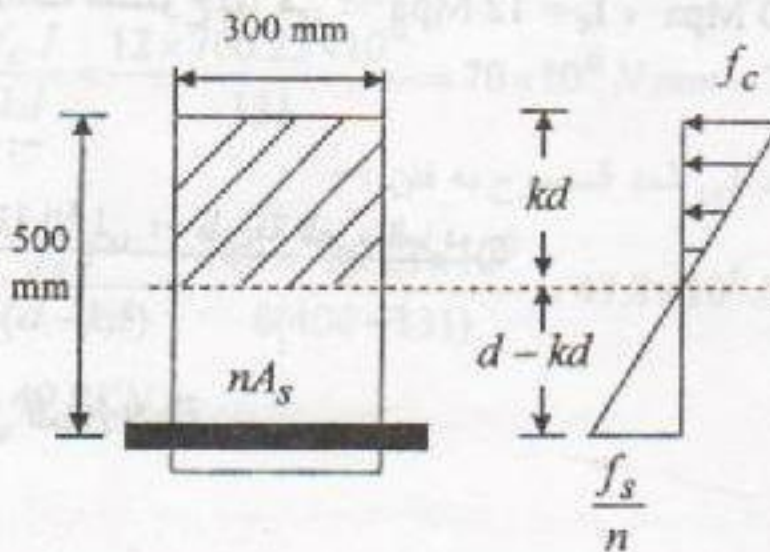
الحل :-

الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج لاحظ الشكل (5.3) :-

$$k = \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2} - \rho n \quad \rho = \frac{1500}{300 \times 500} = 0.01$$

$$\rho n = 0.08 \quad \therefore k = \sqrt{2 \times 0.08 + (0.08)^2} - 0.08 = 0.328$$

$$kd = 0.328 \times 500 = 164 \text{ mm}$$



شكل (5.3)

مقطع العتبة للمثال (2.3)

$$J = 1 - \frac{k}{3} = 0.89$$

$$Jd = 445 \text{ mm}$$

$$f_c = \frac{2M}{KJbd^2} = \frac{2 \times 70 \times 10^6}{0.328 \times 0.89 \times 300 \times 500^2} = 6.39 \text{ Mpa}$$

$$f_s = \frac{M}{A_s Jd} = \frac{70 \times 10^6}{1500 \times 445} = 104.9 \text{ Mpa}$$

الطريقة الثانية :- طريقة المقطع المحول

بنفس الطريقة السابقة نجد  $k$  ثم نجد  $I$  كما يلي :-

$$I = \frac{300 \times 164^3}{3} + 8 \times 1500 \times (500 - 164)^2 = 1795 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$f_c = \frac{M kd}{I} = \frac{70 \times 10^6 \times 164}{1795 \times 10^6} = 6.39 \text{ Mpa}$$

$$f_s = n f_{cs} = n \frac{M(d - kd)}{I} = \frac{8 \times 70 \times 10^6 (500 - 164)}{1795 \times 10^6} = 104.8 \text{ Mpa}$$

مثال 3.3 :- في عتبة خرسانية مسلحة (شكل 6.3)  $d = 400 \text{ mm}$  ،  $b = 250 \text{ mm}$

$n = 8$  ،  $A_s = 1000 \text{ mm}^2$  احسب اكبر عزم خدسي يمكن تسليطه على العتبة إذا كانت

الاجهادات المسموح بها هي :-  $f_c = 12 \text{ Mpa}$  ،  $f_s = 140 \text{ Mpa}$

الحل :-

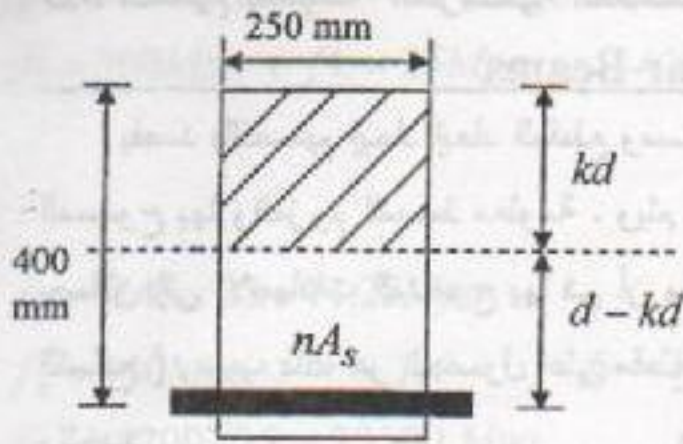
الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج

$$\rho = \frac{1000}{250 \times 400} = .01$$

$$k = 0.328$$

$$J = 1 - \frac{k}{3} = 0.89$$

كما في المثال السابق



شكل (6.3)

المقطع الخرساني للمثال (3.3)

إذا فرضنا أن اجهادات الخرسانة تصل إلى الحد المسموح به .

$$M = \frac{f_c}{2} b k d J d = \frac{12}{2} (250)(400)^2 \times 0.328 \times 0.89 \times 10^{-6} = 70 \text{ KN.m}$$

إذا فرضنا أن اجهادات الحديد تصل إلى الحد المسموح به فان :-

$$\therefore M = A_s f_s J d = 1000 \times 140 \times 0.89 \times 400 = 49.8 \times 10^6 \text{ N.m} = 49.8 \text{ KN.m}$$

$$M = 49.8 \text{ KN.m}$$

العزم المسلط

الطريقة الثانية :- طريقة المقطع المحول :- من أعلاه :-

$$k = 0.328 \quad kd = 131 \text{ mm} \quad J = 0.89 \quad Jd = 356 \text{ mm}$$

$$\therefore I = \frac{250(131)^3}{3} + 8000(400 - 131)^2 = 766.23 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

في حالة وصول اجهادات الخرسانة إلى الحد المسموح به فان :-

$$M = \frac{f_c I}{k d} = \frac{12 \times 766.23 \times 10^6}{131} = 70 \times 10^6 \text{ N.mm} = 70 \text{ KN.m}$$

في حالة وصول اجهادات الحديد الى الحد المسموح به فان :-

$$M = \frac{f_s I}{n(d - kd)} = \frac{140 \times 766.23 \times 10^6}{8(400 - 131)} = 49.8 \times 10^6 \text{ N.m} = 49.8 \text{ KN.m}$$

$$\therefore M = 49.8 \text{ KN.m}$$